

## CÁLCULO INTEGRAL:

## ÁREA BAJO LA CURVA

Determinar el área bajo la curva **sobre el eje y** en las siguientes condiciones:

1. La curva  $4 - 6x - 7y = 0$ , limitada por el eje  $yy'$ , las rectas  $y = -5$ ,  $y = 5$ . Realizar gráfica y colorear área calculada.

**Solución:**

Se despeja x:

$$4 - 6x - 7y = 0 \rightarrow x = \frac{4 - 7y}{6} \rightarrow x = -\frac{7}{6}y + \frac{2}{3}$$

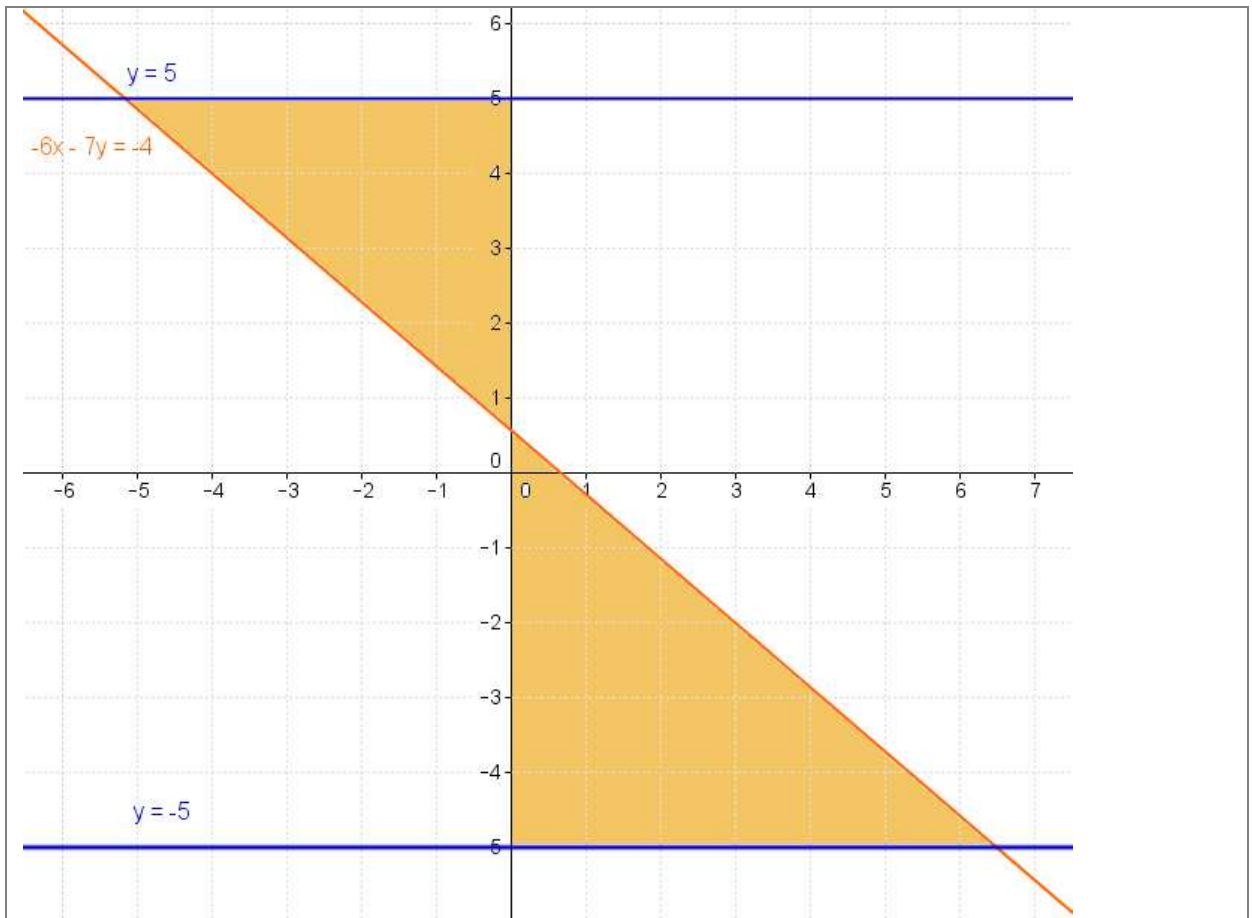
Se resuelve la integral definida respecto a y

$$\int_{-5}^5 \left(-\frac{7}{6}y + \frac{2}{3}\right) dy = -\frac{7}{6} \int_{-5}^5 y dy + \frac{2}{3} \int_{-5}^5 dy = -\frac{7}{12}y^2 + \frac{2}{3}y \Big|_{-5}^5$$

$$= \left(-\frac{7}{12}[5]^2 + \frac{2}{3}[5]\right) - \left(-\frac{7}{12}[-5]^2 + \frac{2}{3}[-5]\right) = -\frac{7}{12}[5]^2 + \frac{2}{3}[5] + \frac{7}{12}[-5]^2 - \frac{2}{3}[-5]$$

$$= -\frac{7}{12}[25] + \frac{10}{3} + \frac{7}{12}[25] + \frac{10}{3} = \boxed{\frac{20}{3} u^2}$$

**Nota:** Este resultado representa la resta del área "positiva" (a la derecha del eje  $yy'$  menos el área "negativa" (a la izquierda de dicho eje). El valor positivo denota que predomina el área positiva.



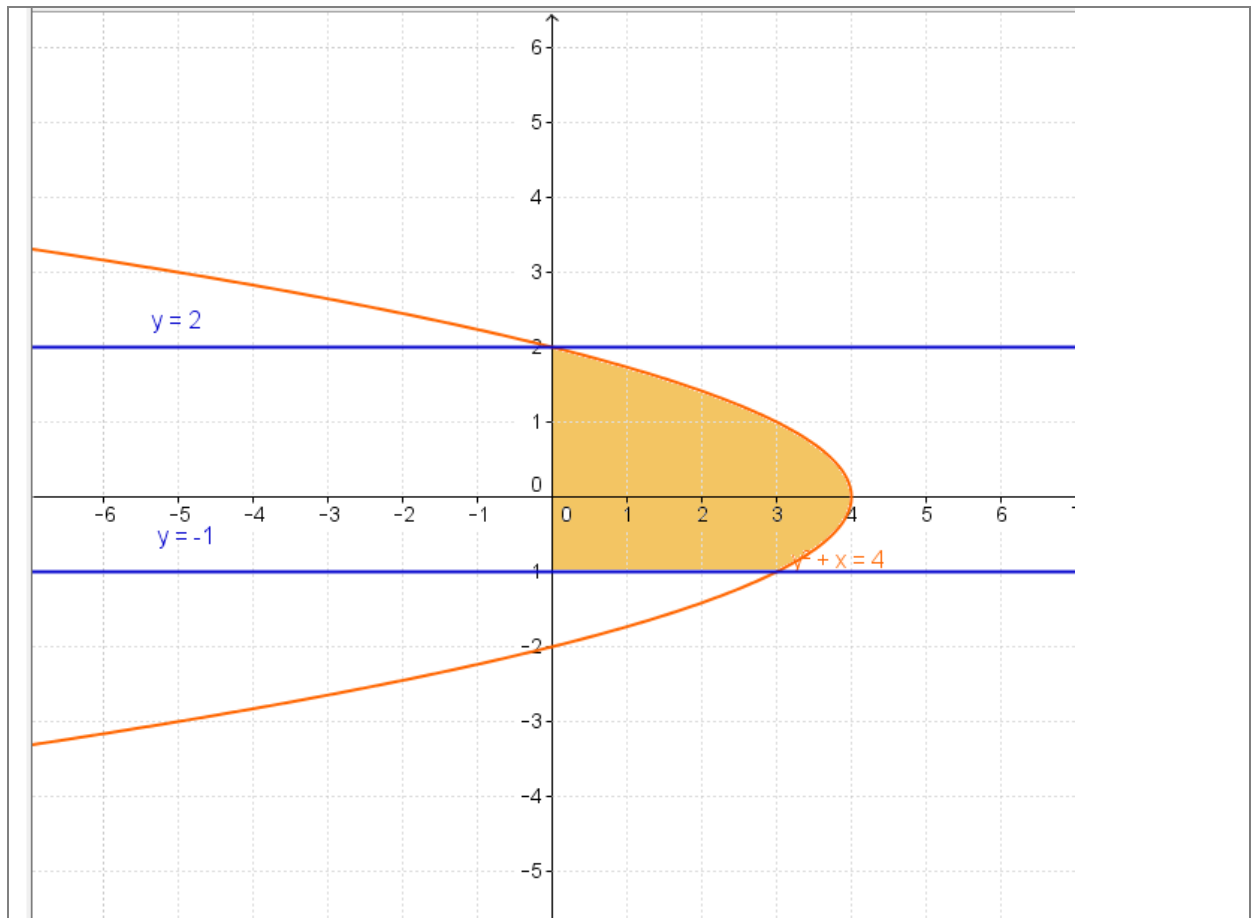
2. La curva  $x = 4 - y^2$ , limitada por el eje  $yy'$ , las rectas  $y = -1$ ,  $y = 2$  Realizar gráfica y colorear área calculada.

**Solución:**

Se resuelve la integral definida respecto a  $y$

$$\int_{-1}^2 (-y^2 + 4) dy = - \int_{-1}^2 y^2 dy + 4 \int_{-1}^2 dy = -\frac{y^3}{3} + 4y \Big|_{-1}^2$$

$$= \left( -\frac{[2]^3}{3} + 4[2] \right) - \left( -\frac{[-1]^3}{3} + 4[-1] \right) = -\frac{8}{3} + 8 - \frac{1}{3} + 4 = 12 - \frac{9}{3} = 9 u^2$$



3. La curva  $2x - 3y + 4 = 0$ , limitada por el eje  $yy'$ , las rectas  $y = -4$ ,  $y = 4$  Realizar gráfica y colorear área calculada.

**Solución:**

Se despeja  $x$

$$2x - 3y + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{3y - 4}{2} \rightarrow x = \frac{3}{2}y - 2$$

Se resuelve la integral definida respecto a  $y$

$$\int_{-4}^4 \left( \frac{3}{2}y - 2 \right) dy = \frac{3}{2} \int_{-4}^4 y dy - 2 \int_{-4}^4 dy = \left[ \frac{3}{4}y^2 - 2y \right]_{-4}^4$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{3}{4}[4]^2 - 2[4]\right) - \left(\frac{3}{4}[-4]^2 - 2[-4]\right) = \frac{3}{4}[4]^2 - 2[4] - \frac{3}{4}[-4]^2 + 2[-4] \\ &= \frac{3}{4}[16] - 8 - \frac{3}{4}[16] - 8 = \boxed{-16 u^2} \end{aligned}$$

**Nota:** Este resultado representa la resta del área “positiva” (a la derecha del eje  $yy'$  menos el área “negativa” (a la izquierda de dicho eje). El valor negativo denota que predomina el área negativa.

