

EJERCICIOS DE DERIVADAS

EJERCICIOS RESUELTOS

DERIVADAS POR EL MÉTODO DE LOS 4 PASOS

En este ejercicio haremos una comparación de **dos versiones** de la “Regla de los 4 Pasos”. Para que puedas apreciar los detalles de ambas versiones, trabajaremos con la misma función. Aunque se ven ligeramente diferentes, en ambos casos se realizan exactamente los mismos pasos, ambos métodos son totalmente correctos y conducen al mismo resultado, la derivada. Algunos profesores utilizan uno u otro método según como ellos mismos lo aprendieron, lo mismo podemos decir de los autores de libros de cálculo, cada quien tiene su versión favorita, elige la tuya. Yo elegiría ambas versiones.

VERSIÓN 1

Hallar la derivada mediante la regla de los 4 pasos para la siguiente función:

$$y = x^2 - 2x$$

Paso #1 Incrementar ambas variables

A la “y” del miembro 1 se le suma Δy mientras que a las “x” del miembro 2 se les suma Δx

***Nota para Noobsters:** miembro 1 es el lado izquierdo del signo igual, miembro 2 el lado derecho. Observa noobster que la suma $x + \Delta x$ queda en paréntesis en vez de las “x” de la función original*

$$y + \Delta y = (x + \Delta x)^2 - 2(x + \Delta x)$$

Se desarrolla el binomio al cuadrado

***Nota para Noobsters:** Ya debes saber los pasos, si no, repasa el tema en CursosDeAlgebra.net*

$$y + \Delta y = x^2 + 2x\Delta x + [\Delta x]^2 - 2(x + \Delta x)$$

Se simplifica

$$y + \Delta y = x^2 + 2x\Delta x + [\Delta x]^2 - 2x - 2\Delta x$$

Paso #2 Restar miembro a miembro la función original de la función incrementada.

***Con manzanas:** “Al miembro 1 le restas el miembro 1, al miembro 1 le restas el miembro 1”*

$$y + \Delta y - y = x^2 + 2x\Delta x + [\Delta x]^2 - 2x - 2\Delta x - [x^2 - 2x]$$

EJERCICIOS DE DERIVADAS

Se simplifica

$$\Delta y = x^2 + 2x\Delta x + [\Delta x]^2 - 2x - 2\Delta x - x^2 + 2x$$

Se simplifica aun más.

$$\Delta y = 2x\Delta x + [\Delta x]^2 - 2\Delta x$$

Paso #3 Dividir ambos miembros de la ecuación sobre Δx

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2x\Delta x + [\Delta x]^2 - 2\Delta x}{\Delta x}$$

***Nota para Noobsters:** En el miembro 1 se queda así. En el miembro 2 se hace división de polinomio entre monomio. Si tienes dudas de ese tema consúltalo en CursosDeAlgebra.net*

Quedaría así:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x + \Delta x - 2$$

***Nota para Noobsters:** Ok, ok,. Solo se eliminó un Δx de cada término del numerador junto con el denominador.*

Paso #4 Aplicar el límite cuando Δx tiende a cero a ambos miembros de la ecuación.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 2x + \Delta x - 2$$

Para lo que respecta al miembro 1 de la ecuación, por definición equivale a la derivada.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$$

Queda:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 2x + \Delta x - 2$$

En cuanto al miembro 2 solo basta eliminar los términos que aun contienen Δx puesto que tiende a convertirse en cero:

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 0 - 2$$

EJERCICIOS DE DERIVADAS

$$\frac{dy}{dx} = 2x - 2$$

Esa es la derivada.

VERSIÓN 2

Hallar la derivada mediante la regla de los 4 pasos para la siguiente función:

$$f(x) = x^2 - 2x$$

Nota para Noobsters: No le hagas caso al miembro 1. Solo presta atención al miembro 2. Son exactamente iguales los pasos a los de la versión 1.

Paso #1 Incrementar la función.

$$f(x + \Delta x) = (x + \Delta x)^2 - 2(x + \Delta x)$$

$$f(x + \Delta x) = x^2 + 2x\Delta x + [\Delta x]^2 - 2(x + \Delta x)$$

$$f(x + \Delta x) = x^2 + 2x\Delta x + [\Delta x]^2 - 2x - 2\Delta x$$

Paso #2 Restar la función original de la función incrementada

$$f(x + \Delta x) - f(x) = x^2 + 2x\Delta x + [\Delta x]^2 - 2x - 2\Delta x - [x^2 - 2x]$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = x^2 + 2x\Delta x + [\Delta x]^2 - 2x - 2\Delta x - x^2 + 2x$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = 2x\Delta x + [\Delta x]^2 - 2\Delta x$$

Paso #3 Dividir entre Δx

$$\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{2x\Delta x + [\Delta x]^2 - 2\Delta x}{\Delta x}$$

$$\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = 2x + \Delta x - 2$$

Paso #4 Límite cuando Δx tiende a cero

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 2x + \Delta x - 2$$

<http://CursoDeCalculo.com>

Profesor Raúl Vega Muñoz

EJERCICIOS DE DERIVADAS

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 2x + \Delta x - 2$$

$$f'(x) = 2x + 0 - 2$$

$$f'(x) = 2x - 2$$

Nota para Noobsters: $f'(x)$ es la derivada. Es lo mismo que dy/dx