

DERIVADAS MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS 4 PASOS

Ejercicios Resueltos:

DERIVADAS POR EL MÉTODO DE LOS CUATRO PASOS

Problema 1. Obtener la derivada de la función $f(x)$ utilizando el **Método de los Cuatro Pasos** también conocido como **Regla de los 4 Pasos**, o "Cociente de incrementos":

$f(x) = (x + 7)^7$
Función Original

■ PASO 1 Obtenemos la Función Incrementada.

Nota: Para facilitar la comprensión, hemos utilizado la letra h en vez del símbolo Δx , el procedimiento no cambia en absoluto, y en cambio, permite mayor comodidad visual. Pero si estás interesado(a), puedes cambiar todas las h por Δx . El resultado será idéntico.

$$f(x + h) = (x + h + 7)^7 \dots$$

Nota: Esta operación se puede desarrollar como el producto de 7 polinomios

$$f(x + h) = (x + h + 7)^7 = (x + h + 7)(x + h + 7)(x + h + 7)(x + h + 7)(x + h + 7)(x + h + 7)(x + h + 7)$$

Nota: No se incluye el procedimiento de multiplicación, por 2 razones, la primera razón: la multiplicación de polinomios es un tema de álgebra básica que ya deberías dominar, aquí estamos revisando cálculo, no álgebra. La segunda razón: el proceso no es muy difícil pero si es muy laborioso y requiere muchas hojas de tu cuaderno y saturaría nuestra explicación. Aquí incluimos únicamente el resultado:

$$= h^7 + 7h^6x + 49h^6 + 21h^5x^2 + 294h^5x + 1029h^5 + 35h^4x^3 + 735h^4x^2 + 5145h^4x + 12005h^4 + \dots$$

$$+ 35h^3x^4 + 980h^3x^3 + 10290h^3x^2 + 48020h^3x + 84035h^3 + 21h^2x^5 + 735h^2x^4 + 10290h^2x^3 + \dots$$

$$+ 72030h^2x^2 + 252105h^2x + 352947h^2 + 7hx^6 + 294hx^5 + 5145hx^4 + 48020hx^3 + 252105hx^2 + \dots$$

$$+ 705894hx + 823543h + x^7 + 49x^6 + 1029x^5 + 12005x^4 + 84035x^3 + 352947x^2 + 823543x + 823543$$

Nota: Este polinomio enorme es "La Función Incrementada", y es tan solo el resultado del paso 1. En el paso que sigue (paso 2), se requiere restarle a esta expresión, el otro polinomio: el de la "Función Original Desarrollada". Para facilitar el trabajo, ya hemos desarrollado la función original $f(x) = (x + 7)^7$ mediante **binomio de Newton**

DERIVADAS MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS 4 PASOS

quedando así: $f(x) = x^7 + 49x^6 + 1029x^5 + 12005x^4 + 84035x^3 + 352947x^2 + 823543x + 823543$ Por razones de espacio y porque esto no es una lección de álgebra, sino de cálculo, no nos detuvimos a explicar cómo se desarrolló paso a paso, pero si deseas aprender cómo se hace un binomio de Newton o una multiplicación de polinomios como la del paso 1 te recomiendo consultar esos temas en: CursosDeAlgebra.com donde con gusto te explicamos con todo detalle y mediante varios ejemplos. Ahora proseguimos con esta lección de cálculo.

■ PASO 2 A la función incrementada hay que restarle la función original

$$f(x + h) - f(x)$$

Nota: El minuendo de la resta $f(x + h)$ ya lo hicimos en el paso 1. Ahora solo se resta la función original (*que ya desarrollamos anteriormente como binomio de Newton*), la puedes en color rojo en el corchete que se resta.

$$\begin{aligned} &= h^7 + 7h^6x + 49h^6 + 21h^5x^2 + 294h^5x + 1029h^5 + 35h^4x^3 + 735h^4x^2 + 5145h^4x + 12005h^4 + \dots \\ &+ 35h^3x^4 + 980h^3x^3 + 10290h^3x^2 + 48020h^3x + 84035h^3 + 21h^2x^5 + 735h^2x^4 + 10290h^2x^3 + \dots \\ &+ 72030h^2x^2 + 252105h^2x + 352947h^2 + 7hx^6 + 294hx^5 + 5145hx^4 + 48020hx^3 + 252105hx^2 + \dots \\ &+ 705894hx + 823543h + x^7 + \mathbf{49x^6 + 1029x^5 + 12005x^4 + 84035x^3 + 352947x^2 + 823543x + 823543} \\ &\quad - [x^7 + 49x^6 + 1029x^5 + 12005x^4 + 84035x^3 + 352947x^2 + 823543x + 823543] \end{aligned}$$

Nota: Observa que los términos resaltados en negritas, se pueden eliminar con los términos en color rojo, porque el signo de resta del corchete permite cambiar el signo de sus términos, al quedar de signo contrario simplemente se eliminan, es tan solo una resta de polinomios, otro tema básico de álgebra.

Simplificando quedaría esto:

$$\begin{aligned} &= h^7 + 7h^6x + 49h^6 + 21h^5x^2 + 294h^5x + 1029h^5 + 35h^4x^3 + 735h^4x^2 + 5145h^4x + 12005h^4 + \dots \\ &+ 35h^3x^4 + 980h^3x^3 + 10290h^3x^2 + 48020h^3x + 84035h^3 + 21h^2x^5 + 735h^2x^4 + 10290h^2x^3 + \dots \\ &+ 72030h^2x^2 + 252105h^2x + 352947h^2 + 7hx^6 + 294hx^5 + 5145hx^4 + 48020hx^3 + 252105hx^2 + \dots \\ &+ 705894hx + 823543h \end{aligned}$$

DERIVADAS MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS 4 PASOS

■ **PASO 3** Lo que quedo del paso 2 se divide entre h

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} =$$

Nota: La fórmula solo indica que lo que ya tenemos se divide entre h , es decir:

$$\begin{aligned} &= \{ h^7 + 7h^6x + 49h^6 + 21h^5x^2 + 294h^5x + 1029h^5 + 35h^4x^3 + 735h^4x^2 + 5145h^4x + 12005h^4 + \dots \\ &+ 35h^3x^4 + 980h^3x^3 + 10290h^3x^2 + 48020h^3x + 84035h^3 + 21h^2x^5 + 735h^2x^4 + 10290h^2x^3 + \dots \\ &+ 72030h^2x^2 + 252105h^2x + 352947h^2 + 7hx^6 + 294hx^5 + 5145hx^4 + 48020hx^3 + 252105hx^2 + \dots \\ &+ 705894hx + 823543h \} \div h \end{aligned}$$

Nota: Observa que las llaves $\{ \}$ incluyen dentro todo el polinomio del último resultado, y se divide $\div h$. Esta operación es muy sencilla, solo tenemos que eliminar una h de cada uno de los términos, quedando:

$$\begin{aligned} &= h^6 + 7h^5x + 49h^5 + 21h^4x^2 + 294h^4x + 1029h^4 + 35h^3x^3 + 735h^3x^2 + 5145h^3x + 12005h^3 + \dots \\ &+ 35h^2x^4 + 980h^2x^3 + 10290h^2x^2 + 48020h^2x + 84035h^2 + 21hx^5 + 735hx^4 + 10290hx^3 + \dots \\ &+ 72030hx^2 + 252105hx + 352947h + 7x^6 + 294x^5 + 5145x^4 + 48020x^3 + 252105x^2 + \dots \\ &+ 705894x + 823543 \end{aligned}$$

Nota: Observa que la mayoría de los términos aun contienen h mientras que solo algunos carecen por completo de ella, esto es importante para el paso que sigue:

■ **PASO 4** Aplicar un límite cuando h tiende a cero:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} =$$

Nota: Es el paso más sencillo de todos, no hay que hacer nada, mas que eliminar todos los términos que aun contienen h (porque se convierte en cero y elimina todo el término) quedando únicamente los términos que no tenían h :

$$f'(x) = 7x^6 + 294x^5 + 5145x^4 + 48020x^3 + 252105x^2 + 705894x + 823543$$

<http://CursoDeCalculo.com>

Profesor Raúl Vega Muñoz

DERIVADAS MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS 4 PASOS

Esa es la derivada de la función. Recuerda que se puede simbolizar como $f'(x)$ o también $\frac{dy}{dx}$.

Nota: Si deseas ver otro ejemplo, te recomiendo mi video <http://youtu.be/UF5T6cWrG8g> de YouTube. En el video te explico lo mismo pero aplicado a un caso más sencillo. Una disculpa, en mi video hay un pequeño error, no afecta al resultado pero si es importante aclararlo.

Ojalá esta lección te haya servido, si deseas aprender más de cálculo visita nuestro sitio web:

<http://CursoDeCalculo.com> *"Aprende y domina el cálculo diferencial e integral"*

Cordialmente:

Prof. Raúl Vega.